Penerapan Sistem Persamaan Linier dalam Penjadwalan Kereta Api untuk Meningkatkan Efisiensi Operasional

Natalia Desiany Nursimin - 13523157[1,2]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]13523157@std.stei.itb.ac.id, [2]nataliadesianyy@gmail.com

***Abstrak*— Penjadwalan kereta api merupakan sebuah aspek krusial dalam meningkatkan efisiensi operasional di sistem transportasi. Salah satu pendekatan matematis yang dapat digunakan untuk meningkatkan efisiensi dalam penyusunan jadwal adalah dengan menggunakan Sistem Persamaan Linear (SPL). Makalah ini akan membahas mengenai penerapan sistem persamaan linear dalam penjadwalan kereta api yang terstruktur, dengan tujuan untuk mengoptimalkan penggunaan sumber daya guna peningkatan efisiensi operasional. Pada makalah ini, metode SPL digunakan untuk memodelkan hubungan antar variabel seperti waktu keberangkatan, kedatangan, serta kapasitas lintasan. Penerapan pendekatan ini diharapkan dapat meningkatkan efektivitas operasional kereta api dan meningkatkan kepuasan pengguna, sehingga mendorong lebih banyak orang untuk menggunakan layanan kereta api.**

***Kata Kunci*—Sistem Persamaan Linier, Penjadwalan Kereta Api, Efisiensi Operasional, Optimasi Jadwal**

I. PENDAHULUAN

Sistem persamaan linear (SPL) merupakan sebuah konsep matematika fundamental. Sistem persamaan linear terdiri dari kumpulan persamaan linear yang melibatkan beberapa variabel. Sistem persamaan linear mempelajari bagaimana variabel-variabel tersebut saling berhubungan dalam bentuk persamaan linear. Dalam sistem persamaan linear, solusi sebuah permasalahan dapat ditemukan dengan menyelesaikan persamaan-persamaan tersebut secara bersamaan yang bertujuan untuk dapat menemukan setiap nilai dari variabel yang terlibat.

Penerapan Sistem persamaan linear dapat memberikan banyak manfaat dalam kehidupan kita sehari-hari, misalnya dalam pengalokasian sumber daya, pengambilan keputusan, hingga optimisasi dalam sebuah sistem besar. Keunggulan sistem persamaan linear terletak pada kemampuannya untuk memodelkan masalah yang melibatkan banyak variabel yang saling berkaitan dengan cara yang sederhana, namun efektif. Sistem ini dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan kompleks yang melibatkan banyak variabel dengan penyelesaian yang terstruktur dan efisien.

Makalah ini akan secara khusus berfokus untuk membahas mengenai penggunaan konsep sistem persamaan linear dalam penjadwalan kereta api sebagai solusi untuk meningkatkan efisiensi operasional pada sistem transportasi umum. Terdapat beberapa aspek penting untuk memastikan kereta api dapat beroperasional secara efektif, salah satu aspek yang sangat krusial merupakan proses penjadwalan. Penjadwalan kereta api merupakan sebuah proses untuk menentukan jadwal waktu kedatangan dan keberangkatan kereta di setiap stasiun agar operasi berjalan secara optimal. Penjadwalan yang baik sangat penting untuk memastikan penggunaan semua sumber daya, seperti jumlah kereta dan lintasan rel, digunakan dengan maksimal. Namun, penjadwalan kereta api di Indonesia masih sering menghadapi berbagai tantangan, seperti kurangnya kesesuaian antara jadwal kereta dengan kebutuhan pengguna. Misalnya, pada jam-jam tertentu dengan permintaan layanan kereta yang tinggi, terkadang kereta tidak tersedia.

Penjadwalan yang tidak terorganisir dengan baik dapat menyebabkan kekecewaan oleh masyarakat yang menggunakan kereta api, serta menyebabkan kerugian secara finansial bagi operator kereta api. Maka dari itu, diperlukan pendekatan berbasis matematis yang dapat secara efektif menangani kompleksitas sistem ini.

Makalah ini bertujuan untuk membahas mengenai penerapan sistem persamaan linier dalam penjadwalan kereta api dengan tujuan untuk meningkatkan efisiensi operasional. Pendekatan ini diharapkan dapat membantu meningkatkan optimalisasi kereta api dan kualitas layanannya, dengan memanfaatkan sistem persamaan linear untuk merumuskan sebuah jadwal yang mempertimbangkan efisiensi waktu, pemanfaatan sumber daya yang baik, serta kebutuhan dari para pengguna.

II. DASAR TEORI

A. Sejarah dan Perkembangan Sistem Persamaan Linear

Sistem Persamaan Linear (SPL) adalah salah satu cabang matematika yang telah lama ada. Sistem persamaan linear pertama kali diketahui melalui karya matematikawan kuno. Bukti awal penggunaan sistem persamaan linear dapat ditelusuri hingga pada era peradaban Mesir dan Babilonia sekitar 2000 SM, di mana sistem persamaan linear 2x2 digunakan untuk memecahkan masalah praktis, seperti pengukuran tanah dan perdagangan, menggunakan sebuah metode numerik sederhana. Metode inilah yang menjadi dasar dari penerapan sistem persamaan linear. Kemudian, pada sekitar tahun 200 SM, matematikawan asal Tiongkok berhasil membuat sistem 3x3 dalam publikasi berjudul "Nine Chapters of the Mathematical Art". Pada abad ke-17, terjadi kemajuan besar dalam perkembangan sistem persamaan linear dengan ditemukannya konsep determinan oleh Leibniz. Penemuan ini berhasil membuka jalan bagi perkembangan sistem persamaan linear lebih lanjut.

Konsep sistem persamaan linear semakin berkembang pada abad ke-19 ketika Sylvester berhasil menemukan pengenalan matriks dan Cayley berhasil mengembangkan perkalian matriks. Seiring kemajuan teknologi, sistem persamaan linear sekarang sudah dapat digunakan untuk permasalahan-permasalahan yang lebih kompleks dan di aplikasikan ke berbagai bidang, seperti ekonomi, fisika, dan Teknik.

B. Prinsip Dasar Sistem Persamaan Linear

Sistem Persamaan Linear (SPL) merupakan kumpulan persamaan matematis yang melibatkan variabel-variabel yang saling berkaitan secara linear. Bentuk umum sistem persamaan linear dapat dituliskan dalam bentuk Ax = b atau sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf

Pada persamaan tersebut, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ merupakan variabel yang tidak diketahui. Sedangkan, $a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{mn}$ merupakan koefisiensinya dan $b_{11}, b_{12}, \ldots, b_m$ merupakan konstantanya.

Sistem persamaan linear memiliki karakteristik, yaitu memiliki sifat linearitas. Hal ini berarti hubungan antar variabel pada sistem persamaan linear hanya dapat berupa kombinasi linear. Sistem persamaan linear juga dapat direpresentasikan ke dalam bentuk matriks, seperti contoh berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

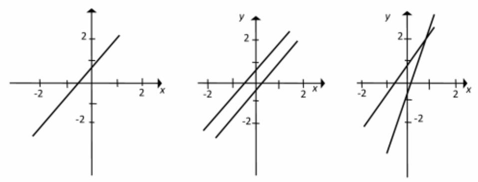
Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf

Sistem persamaan linear dalam bentuk perkalian matriks direpresentasikan pada gambar berikut:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf

Selain itu, sistem persamaan linear juga dapat memiliki tiga kemungkinan solusi tergantung pada jumlah persamaan dan variabelnya, yaitu mempunyai solusi yang unik (tunggal), mempunyai banyak solusi (tidak berhingga), atau tidak ada solusi sama sekali.solusi unik, solusi tak hingga, atau tidak memiliki solusi sama sekali. Berikut adalah sistem persamaan linear dengan dua persamaan linear:



(a) Solusi banyak: $-x + y = 1$, $-2x + 2y = 2$ (b) Solusi tidak ada: $-x + y = 1$, $-x + y = 0$ (c) Solusi unik: $-x + y = 1$, $2x - y = 0$

Sumber: https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf

Sistem persamaan linear juga dapat dinyatakan dalam bentuk matriks augmented. Matriks augmented merupakan sebuah matriks yang menggabungkan matriks koefisien (A) dengan vektor konstanta (b). Hal ini dapat dilihat seperti pada gambar di bawah ini:

$$[A \mid \mathbf{b}] = \left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right]$$

- Contoh:

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - 6x_3 &= 9 \\ 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 &= 7 \\ 5x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= -2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & -6 & 9 \\ 2 & -6 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & -5 & -2 \end{bmatrix}$$

Sumber:
https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf

C. Metode dalam Penyelesaian Sistem Persamaan Linear

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear, beberapa diantaranya adalah:

- Metode Eliminasi Gauss

  Proses dalam metode ini melibatkan matriks augmented untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan operasi baris elementer. Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan metode eliminasi gauss:

  1. Pertama, ubah sistem persamaan linear ke dalam bentuk matriks augmented
  2. Setelah itu, lakukan operasi baris elementer (OBE) untuk menyederhanakan matriks hingga terbentuk matriks eselon baris. Seperti pada gambar di bawah ini:

  $$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_n \end{bmatrix} \sim \text{OBE} \sim \begin{bmatrix} 1 & * & * & \cdots & * & * \\ 0 & 1 & * & \cdots & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

  Sumber:
  https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf

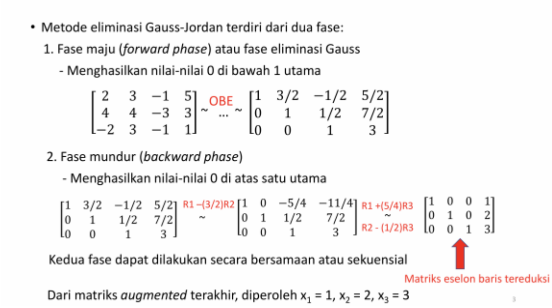
  3. Terakhir, selesaikanlah permasalahan dengan menggunakan teknik substitusi mundur (*backward substitution*).

- Metode Eliminasi Gauss-Jordan

  Proses dalam metode ini menyelesaikan sistem persamaan linear dengan mengubah matriks augmented menjadi bentuk matriks identitas. Proses ini dilakukan melalui dua fase utama, yaitu:

  1. Fase maju (*forward phase*)
     Fase ini bertujuan untuk membuat semua elemen di bawah diagonal utama menjadi nol, sehingga menghasilkan matriks segitiga atas.
  2. Fase mundur (*backward phase*)
     Fase ini bertujuan untuk membuat elemen di atas diagonal utama menjadi nol, sehingga dapat menghasilkan matriks identitas untuk langsung mendapatkan solusi dari sistem persamaan linear.

  Berikut merupakan gambar untuk menjelaskan kedua fase tersebut dengan lebih rinci:



  Sumber:
  https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-05-Sistem-Persamaan-Linier-2-2023.pdf

- Metode Invers Matriks

  Metode ini digunakan jika sebuah sistem persamaan linear dapat ditulis ke dalam bentuk matriks $AX = B$.

  Pada persamaan ini, A merupakan matriks koefisien. X merupakan matriks variabel, sedangkan B merupakan matriks hasil.

  Proses ini dilakukan dengan cara sebagai berikut:

  1. Pertama, konversikan sistem persamaan linear ke dalam bentuk matriks $AX = B$
  2. Kemudian, periksa apakah matriks A memiliki invers. Jika determinan A = 0, maka persamaan linear ini tidak dapat diselesaikan dengan metode invers matriks.
  3. Setelah itu, hitunglah nilai invers matriks A. Invers dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

     $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot Adj(A)$$

     $\det(A)$ merupakan determinan matriks A, sedangkan $Adj(A)$ merupakan adjoin dari matriks A.
  4. Terakhir, kalikan invers matriks A dengan matriks B untuk mendapatkan solusi dari sistem persamaan linear dengan cara sebagai berikut:

     $$X = A^{-1}B$$

III. PEMBAHASAN

Sistem persamaan linear memiliki peran yang sangat signifikan dalam berbagai bidang, salah satunya adalah transportasi. Hal ini dikarenakan kemampuannya dalam memodelkan masalah kompleks yang melibatkan banyak variabel. Kita dapat menerapkan persamaan ini ke dalam proses penjadwalan, contohnya seperti penjadwalan kereta api. Penjadwalan kereta api merupakan proses yang sangat penting dalam keberjalanan sistem transportasi. Hal ini bertujuan untuk merancang waktu keberangkatan dan kedatangan yang optimal bagi kebutuhan para pengguna. Proses ini mempertimbangkan berbagai faktor penting, seperti kapasitas lintasan rel, variasi kebutuhan pengguna, serta keterbatasan sumber daya.

Perancangan jadwal yang dibuat dengan terstruktur dan efisien akan sangat bermanfaat untuk membantu meningkatan kepuasan pengguna. Hal ini dikarenakan perancangan jadwal yang efektif dapat meminimalkan waktu tunggu. Namun, terdapat beberapa permasalahan dalam pengimplementasiannya. Beberapa tantangan yang dihadapi, yaitu:

- Keterbatasan infrastruktur
  Lintasan rel yang terbatas dapat menjadi sebuah kendala yang besar, terutama pada saat jam-jam sibuk.
- Variasi permintaan yang fluktuatif
  Jumlah permintaan pengguna yang dapat berganti-ganti memerlukan jadwal yang fleksibel dan dapat menyesuaikan kebutuhan pengguna.
- Koordinasi yang kompleks
  Penjadwalan kereta api melibatkan koordinasi dalam berbagai aspek, seperti waktu perjalanan. kapasitas stasiun, pengaturan armada, serta interval aman antar kereta.
- Efek domino dari keterlambatan
  Jika satu kereta terlambat, dampaknya dapat menyebar ke jadwal kereta lain, sehingga dapat menyebabkan gangguan pada jaringan operasional sistem.

Pendekatan berbasis sistem persamaan linear dapat digunakan sebagai sebuah solusi yang efisien untuk mengatasi tantangan tersebut. Pemodelan hubungan antar variabel dilakukan dalam bentuk persamaan linear, yang memungkinkan untuk menemukan solusi optimal secara sistematis. Dengan pendekatan ini, hubungan matematis antar parameter dapat disusun secara terstruktur, sehingga operator dapat dengan mudah mengantisipasi perubahan kebutuhan, seperti peningkatan jumlah penumpang pada jam sibuk, dan menyesuaikan jadwal secara real-time.

Selain itu, penggunaan sistem persamaan linear juga dapat mempercepat proses analisis dan pengambilan Keputusan. Hal ini tidak hanya akan membantu meningkatkan efisiensi operasional, tetapi juga membantu dalam mengurangi waktu tunggu bagi para penumpang dan meningkatkan kepuasan pengguna. Bentuk umum sistem persamaan linear adalah sebagai berikut:

$$Ax = b$$

Di mana:

- A merupakan matriks koefisien,
- x merupakan vektor variabel yang tidak diketahui,
- b merupakan vektor konstanta.

Dalam konteks penjadwalan kereta api, matriks A dapat digunakan untuk mencerminkan parameter seperti durasi perjalanan minimum, kapasitas lintasan, atau interval aman antar kereta. Variabel x dapat digunakan untuk mewakili nilai-nilai yang ingin dicari, seperti waktu keberangkatan dan kedatangan setiap kereta. Misalnya,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

x_1 adalah jadwal waktu keberangkatan kereta pertama, dan x_2 adalah jadwal waktu keberangkatan kereta kedua.

Sedangkan, b dapat digunakan untuk mereprentasikan nilai tetap yang menjadi batasan sistem. Hal ini meliputi waktu minimum perjalanan, kapasitas maksimum lintasan, atau interval aman antar kereta. Misalnya,

$$b = \begin{bmatrix} 30 \\ 45 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Baris pertama dan kedua dapat mewakili waktu keberangkatan kereta, sedangkan baris ketiga mencerminkan interval aman antar kereta yang pada kasus ini sebesar 10 menit.

Sebagai sebuah contoh sederhana penerapan sistem persamaan linear dalam penjadwalan kereta api, misalkan terdapat dua kereta, yaitu x_1 dan x_2 dengan waktu keberangkatan yang diatur berdasarkan interval aman 10 menit, sistem persamaan linearnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Di mana:

- Baris pertama $(1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2) = t_1$ bertugas untuk menentukan jadwal waktu keberangkatan terbaik bagi kereta pertama.
- Baris kedua $(0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2) = t_2$ bertugas untuk menentukan jadwal waktu keberangkatan terbaik bagi kereta kedua.
- Baris ketiga $(1 \cdot x_1 - 1 \cdot x_2) = 10$ bertugas untuk memastikan interval aman antar kereta adalah 10 menit, sesuai dengan soal.

IV. IMPLEMENTASI

Dalam implementasi ini, digunakan pendekatan matematis berbasis sistem persamaan linear untuk lebih mengoptimalkan penjadwalan kereta api. Penjadwalan ini dilakukan dengan mempertimbangkan berbagai macam aspek untuk memastikan agar hasil dapat berjalan seefisien mungkin. Penjadwalan yang efektif dibuat dengan mengoptimalkan penggunaan sumber daya yang ada, seperti kapasitas lintasan dan perkiraan lama waktu perjalan sambil memperhitungkan berbagai faktor yang mempengaruhi, seperti permintaan penumpang, keterlambatan, dan kapasitas kereta.

Berikut merupakan variabel dan batasan-batasan yang dipertimbangkan dalam perancangan penjadwalan melalui sistem persamaan linear:

1. Variabel Keputusan

   Variabel $x_1, x_2, \ldots, x_n$ digunakan untuk merepresentasikan waktu keberangkatan masing-masing kereta yang dihitung dalam satuan menit.

2. Batasan- batasan operasional

- Waktu keberangkatan minimum

  Waktu keberangkatan setiap kereta tidak boleh lebih awal dari waktu yang ditentukan sebagai waktu keberangkatan minimum.

  $$x_i \geq \text{min\_departure} \quad \forall i = 1, 2, \ldots., n$$

  Variabel min_departure merupakan waktu minimum yang diizinkan bagi setiap kereta untuk mulai beroperasi.

- Interval aman antar kereta

  Dibutuhkan adanya interval waktu antara kedatangan dan keberangkatan setiap kereta untuk menghindari terjadinya tabrakan antar kereta.

  $$x_{i+1} - x_i \geq \text{min\_interval} \quad \forall i = 1, 2, \ldots., n-1$$

  Variabel min_interval merupakan jeda waktu minimum yang harus ada di antara dua keberangkatan dan kedatangan kereta.

- Maksimum durasi perjalanan

  Batasan ini bertujuan untuk memastikan bahwa waktu keberangkatan kereta tidak melebihi durasi maksimum yang ditentukan, sehingga perjalanan tetap sesuai waktu.

  $$x_i \geq \text{max\_duration} \quad \forall i = 1, 2, \ldots., n$$

  Variabel max_duration merupakan durasi maksimum perjalanan kereta dalam satuan menit.

- Kapasitas rel lintasan

  Jumlah kereta yang beroperasi pada lintasan rel utama pada suatu waktu tertentu tidak boleh melebihi kapasitas lintasan yang ada.

  $$\sum_{i=1}^{n} x_i \leq \text{rail\_capacity}$$

  Variabel rail_capacity menunjukkan kapasitas kereta yang dapat ditampung pada suatu lintasan rel.

3. Fungsi Objektif

Fungsi objektif dalam model ini bertujuan untuk meminimalkan total penalti keterlambatan yang diakibatkan oleh ketidaksesuaian penjadwalan keberangkatan kereta.

$$\text{Minimize} \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot x_i$$

Di mana:

- Variabel c_i berfungsi sebagai koefisien penalti untuk kereta ke-i. Penalti keterlambatan dihitung berdasarkan seberapa besar kereta terlambat dari waktu yang telah dijadwalkan.
- x_i meruapakan waktu keberangkatan kereta ke-i yang ingin untuk dioptimalkan**.**

Berikut merupakan kode program yang telah dirancang dirancang dengan pendekatan berbasis sistem persamaan linier. Program ini dikembangkan dengan menggunakan bahasa Python dan memanfaatkan pustaka NumPy untuk manipulasi array, serta SciPy untuk optimasi bentuk linear. Tujuan utama dari pembuatan program ini adalah untuk menyusun jadwal kereta api yang optimal dengan mempertimbangkan berbagai faktor penting, seperti data rute yang mencakup jarak yang harus ditempuh oleh kereta api, kapasitas lintasan rel yang tersedia untuk mengakomodasi kereta, kecepatan rata-rata kereta api dalam perjalanan, dan permintaan pengguna.

```python
import numpy as np
from scipy.optimize import linprog
```

Gambar 4.1 Library yang digunakan untuk pembuatan

A. *Parameter Umum*

Dalam program ini, beberapa parameter utama yang digunakan untuk menentukan jadwal kereta api meliputi:

- num_trains: Jumlah kereta api yang perlu dijadwalkan
- min_departure: Waktu keberangkatan minimum yang diperbolehkan untuk setiap kereta
- max_duration: durasi maksimum perjalanan
- line_capacity: kapasitas lintasan rel utama
- delay_penalty: penalti keterlambatan
- routes: daftar rute yang tersedia untuk kereta, dengan jarak perjalanan dalam bentuk menit.

```python
# Parameter umum
num_trains = 22
min_departure = 5
max_duration = 600
line_capacity = 4
delay_penalty = [0, 15, 0, 10, 5, 0, 0, 0, 5, 10, 0, 0, 10, 0, 5, 10, 0, 15, 10, 5, 0, 15]
routes = [
    ("Gambir", "Bandung", 170),
    ("Bandung", "Gambir", 170),
    ("Gambir", "Pasar Turi", 540),
    ("Pasar Turi", "Gambir", 540),
    ("Gambir", "Cirebon", 160),
    ("Cirebon", "Gambir", 160)
]
```

Gambar 4.2 Parameter umum pada program

B. *Parameter Kereta*

Program ini juga mempertimbangkan beberapa parameter khusus untuk kereta api, sebagai berikut:

- train_brands: daftar nama kereta yang tersedia.
- train_speeds: kecepatan rata-rata kereta dalam km/h.
- train_capacity: kapasitas penumpang bagi masing-masing kereta.

```python
# Parameter kereta
train_brands = ['Starline Cruiser', 'Midnight Express', 'Galaxy Trail', 'Whispering Wind', 'Ocean Breeze']
train_speeds = {'Starline Cruiser': 130, 'Midnight Express': 120, 'Galaxy Trail': 110, 'Whispering Wind': 115, 'Ocean Breeze': 125}
train_capacity = {'Starline Cruiser': 200, 'Midnight Express': 180, 'Galaxy Trail': 150, 'Whispering Wind': 190, 'Ocean Breeze': 170
```

Gambar 4.3 Parameter kereta pada program

C. *Parameter Permintaan Pengguna dan Kapasitas Rel*

Program ini juga dibuat dengan memastikan bahwa permintaan penumpang dan kapasitas rel juga dipertimbangkan, dengan penjelasan sebagai berikut:

- user_demand: daftar permintaan dari pengguna berdasarkan jumlah penumpang yang menginginkan perjalanan pada waktu tertentu.
- track_capacities: kapasitas lintasan rel utama dan cadangan.

```python
# Parameter permintaan pengguna
user_demand = [20, 40, 30, 50, 60, 30, 25, 45, 35, 40, 55, 50, 45, 35, 60, 50, 40, 45, 30, 50, 60, 45]

# Kapasitas lintasan rel utama dan cadangan
track_capacities = {'main': 10, 'backup': 6}
```

Gambar 4.4 Parameter permintaan pengguna dan kapasitas rel

D. *Batasan yang Ditetapkan*

Program ini juga menetapkan beberapa batasan untuk memastikan bahwa jadwal yang dirancang berjalan secara optimal. Batasan pertama yang ditetapkan adalah batasan waktu keberangkatan minimum, yang bertujuan untuk memastikan bahwa setiap kereta memiliki waktu keberangkatan yang tidak kurang dari waktu yang telah ditentukan sebelumnya. Selain itu, ditetapkan juga batasan interval aman antar kereta, yang bertujuan untuk memastikan bahwa waktu antara dua kereta memiliki interval yang cukup. Selanjutnya, ada batasan durasi maksimum, yang bertujuan untuk memastikan bahwa jumlah kereta yang dijadwalkan dalam waktu tertentu. Terakhir, terdapat batasan kapasitas lintasan rel bertujuan untuk memastikan bahwa jumlah kereta yang dijadwalkan dalam waktu tertentu tidak melebihi kapasitas lintasan rel utama.

```python
# Batasan waktu keberangkatan minimum
for i in range(num_trains):
    row = [0] * num_trains
    row[i] = 1
    A.append(row)
    b.append(min_departure)

# Batasan interval aman antar kereta
for i in range(num_trains - 1):
    row = [0] * num_trains
    row[i] = -1
    row[i + 1] = 1
    A.append(row)
    b.append(min_departure)

# Batasan durasi maksimum perjalanan
for i in range(num_trains):
    row = [0] * num_trains
    row[i] = 1
    A.append(row)
    b.append(max_duration)

# Batasan kapasitas lintasan rel
row = [1] * num_trains
A.append(row)
b.append(track_capacities['main'] * max_duration)
```

Gambar 4.5 Batasan - batasan yang ditetapkan

E. *Fungsi Penyesuaian Jadwal dan Minimasi Keterlambatan*

Salah satu fitur utama dalam program ini adalah fungsi yang dirancang untuk menyesuaikan jadwal kereta berdasarkan jumlah permintaan penumpang dan meminimalkan keterlambatan. Parameter utama dalam fungsi ini mencakup user_priority yang merupakan daftar permintaan pengguna untuk setiap kereta.Selain itu, terdapat juga variabel c yang bertujuan untuk meminimalirkan total penalti keterlambatan.

```python
# Pengaruh jumlah permintaan pengguna terhadap penjadwalan
user_priority = np.array(user_demand)

# Fungsi untuk meminimalkan total keterlambatan
c = user_priority + np.array(delay_penalty)
```

Gambar 4.6 Fungsi untuk menyesuaikan jadwal dengan jumlah permintaan dan meminimalkan keterlambatan

F. *Fungsi untuk menghitung waktu tempuh*

Berdasarkan rute, jarak dihitung dan waktu perjalanan diperoleh dengan rumus sebagai berikut:

$$\frac{\text{jarak}}{\text{kecepatan}} \text{ x } 60$$

```python
# Fungsi untuk menghitung waktu perjalanan berdasarkan nama kereta dan jarak
def calculate_train_time(route, brand):
    if route[0] == "Gambir" and route[1] == "Bandung" or route[0] == "Bandung" and route[1] == "Gambir":
        distance = 150
    elif route[0] == "Gambir" and route[1] == "Cirebon" or route[0] == "Cirebon" and route[1] == "Gambir":
        distance = 220
    else:
        distance = 780
    speed = train_speeds[brand]  # Kecepatan kereta dalam km/h
    time = (distance / speed) * 60  # Menghitung waktu perjalanan dalam menit
    return round(time)

result = linprog(c, A_ub=-np.array(A), b_ub=-np.array(b), bounds=(0, None), method='highs')
```

Gambar 4.7 Fungsi untuk menghitung waktu tempuh

G. *Output Program*

Berikut merupakan tampilan kode program untuk menampilkan output yang diinginkan:

```python
# Output
if result.success:
    print("---------------------------------------- Jadwal Kereta Api ----------------------------------------")
    schedule = []
    for i, time in enumerate(result.x, 1):
        # Menentukan jalur dan durasi perjalanan kereta
        route = routes[(i - 1) % len(routes)]
        train_brand = train_brands[(i - 1) % len(train_brands)]
        route_duration = calculate_train_time(route, train_brand)

        # Menghitung jam keberangkatan dan kedatangan
        departure_hour = int(time // 60)
        departure_minute = round(time % 60)
        arrival_hour = int((time + route_duration) // 60)
        arrival_minute = round((time + route_duration) % 60)

        departure_time = f"{departure_hour:02d}:{departure_minute:02d} WIB"
        arrival_time = f"{arrival_hour:02d}:{arrival_minute:02d} WIB"

        # Menyimpan hasil jadwal
        schedule.append({
            'Nama Kereta': train_brand,
            'Stasiun Asal': route[0],
            'Stasiun Tujuan': route[1],
            'Keberangkatan': departure_time,
            'Kedatangan': arrival_time,
            'Durasi Perjalanan (Menit)': route_duration
        })

    print(f"{'Nama Kereta':<20} {'Stasiun Asal':<15} {'Stasiun Tujuan':<15} {'Keberangkatan':<12} {'Kedatangan':<12} {'Durasi Perjalanan (Menit)':<20}")
    print("-" * 100)
    for s in schedule:
        print(f"{s['Nama Kereta']:<20} {s['Stasiun Asal']:<15} {s['Stasiun Tujuan']:<15} {s['Keberangkatan']:<12} {s['Kedatangan']:<12} {s['Durasi Perjalanan (Menit)']:<20}")
else:
    print("Tidak ada solusi yang memenuhi batasan.")
```

Gambar 4.8 Output program

Jadwal Kereta Api

Nama Kereta	Stasiun Asal	Stasiun Tujuan	Keberangkatan	Kedatangan	Durasi Perjalanan (Menit)
Starline Cruiser	Gambir	Bandung	10:00 WIB	11:09 WIB	69
Midnight Express	Bandung	Gambir	10:05 WIB	11:20 WIB	75
Galaxy Trail	Gambir	Pasar Turi	10:10 WIB	17:15 WIB	425
Whispering Wind	Pasar Turi	Gambir	10:15 WIB	17:02 WIB	407
Ocean Breeze	Gambir	Cirebon	10:20 WIB	12:06 WIB	106
Starline Cruiser	Cirebon	Gambir	10:25 WIB	12:07 WIB	102
Midnight Express	Gambir	Bandung	10:30 WIB	11:45 WIB	75
Galaxy Trail	Bandung	Gambir	10:35 WIB	11:57 WIB	82
Whispering Wind	Gambir	Pasar Turi	10:40 WIB	17:27 WIB	407
Ocean Breeze	Pasar Turi	Gambir	10:45 WIB	16:59 WIB	374
Starline Cruiser	Gambir	Cirebon	10:50 WIB	12:32 WIB	102
Midnight Express	Cirebon	Gambir	10:55 WIB	12:45 WIB	110
Galaxy Trail	Gambir	Bandung	11:00 WIB	12:22 WIB	82
Whispering Wind	Bandung	Gambir	11:05 WIB	12:23 WIB	78
Ocean Breeze	Gambir	Pasar Turi	11:10 WIB	17:24 WIB	374
Starline Cruiser	Pasar Turi	Gambir	11:15 WIB	17:15 WIB	360
Midnight Express	Gambir	Cirebon	11:20 WIB	13:10 WIB	110
Galaxy Trail	Cirebon	Gambir	11:25 WIB	13:25 WIB	120
Whispering Wind	Gambir	Bandung	11:30 WIB	12:48 WIB	78
Ocean Breeze	Bandung	Gambir	11:35 WIB	12:47 WIB	72
Starline Cruiser	Gambir	Pasar Turi	11:40 WIB	17:40 WIB	360
Midnight Express	Pasar Turi	Gambir	11:45 WIB	18:15 WIB	390

Gambar 4.9 Tampilan jadwal kereta api

V. KESIMPULAN

Penerapan sistem persamaan linear dalam penjadwalan kereta api dapat dijadikan sebagai solusi yang efektif untuk engoptimalkan pengaturan waktu keberangkatan dan kedatangan, serta meningkatkan efisiensi keseluruhan jaringan operasional kereta api di Indonesia. Dengan memanfaatkan model sistem persamaan linear, perancangan jadwal yang optimal dan efisien dapat dikembangkan dengan mempertimbangkan berbagai factor penting, seperti kapasitas lintasan rel, waktu perjalanan, fasilitas sumber daya dan fluktuasi pola permintaan penumpang. Selain itu, perancangan jadwal dengan metode ini juga memungkinkan adanya penjadwalan yang lebih fleksibel dan sesuai dengan perubahan kebutuhan, seperti saat terjadinya lonjakan penumpang pada musim liburan.

Secara keseluruhan, penerapan sistem persamaan linear dalam penjadwalan kereta api tidak hanya meningkatkan produktivitas dan efisiensi operasional, tetapi juga memberikan manfaat signifikan bagi pengguna. Dengan pembuatan jadwal yang lebih terstruktur dan efisien, waktu tunggu dapat diminimalkan dan meningkatkan kepuasan pengguna dengan layanan. Hal ini kedepannya akan mendorong lebih banyak orang untuk memilih transportasi kereta api dalam berpergian.

VI. SARAN

Untuk pengembangan lebih lanjut, penerapan sistem persamaan linear untuk penjadwalan kereta api dapat diperluas dengan menambahkan beberapa variabel tambahan, seperti kondisi cuaca dan gangguan operasional tak terduga. Selain itu, model penerapan juga dapat dibuat lebih efisien dengan teknologi agar dapat dilakukan pemantauan secara real-time. Penggunaan teknologi ini akan memastikan bahwa jadwal kereta api dapat terus diperbarui berdasarkan kondisi aktual, sehingga dapat meningkatkan akurasi dan efisiensi dalam perencanaan, serta penyesuaian jadwal kereta api.

VII. UCAPAN TERIMA KASIH

Pertama-tama, penulis ingin menyampaikan rasa syukur kepada Tuhan yang Maha Esa atas rahmat dan kasih karunia-Nya, yang memungkinkan penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan tepat waktu. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada dosen matakuliah Aljabar Linear dan Gemoteri IF2123 atas bimbingan dan seluruh ilmu yang telah diberikan selama ini. Penulis juga sangat berterima kasih kepada orang tua penulis yang telah banyak memberikan dukungan kepada penulis selama pembuatan makalah ini. Tak lupa, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pembaca makalah ini dan berharap semoga isi makalah ini dapat memberikan manfaat bagi semua yang membacanya.

REFERENSI

[1] Biomantara, K., & Herdiansyah, H. (2019). Peran Kereta Api Indonesia (KAI) sebagai Infrastruktur Transportasi Wilayah Perkotaan. *Cakrawala - Jurnal Humaniora*, 19(1), 1–8. https://doi.org/10.31294/JC.V19I1.4356. Diakses pada 31 Desember 2024.

[2] Christensen, J., & Gustafson, G. (2012). A Brief History of Linear Algebra. *Final Project Math, 2270.* Diakses dari https://www.math.utah.edu/~gustafso/s2012/2270/web-projects/christensen-HistoryLinearAlgebra.pdf pada 31 Desember 2024.

[3] Munir, Rinaldi. (2024). Sistem Persamaan Linier. (Bagian 1). 30 Desember 2024, dari https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf

[4] Munir, Rinaldi. (2024). Sistem Persamaan Linier. (Bagian 2). 30 Desember 2024, dari https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-05-Sistem-Persamaan-Linier-2-2023.pdf

[5] OPTIMASI PENJADWALAN KERETA API MENGGUNAKAN METODE BRANCH AND BOUND (Studi Kasus pada Jadwal Kereta Api di PT. Kereta Api Indonesia (Persero) Daop 8 Surabaya Lintasan Stasiun Sidoarjo-Stasiun Malang Kotabaru). (2017). Diakses dari https://jurnal.unsulbar.ac.id/index.php/saintifik/article/view/482 pada 31 Desember 2024.

[6] Susilowati, E., & Widayati Universitas Nahdlatul Ulama Al Ghazali Cilacap, R. (2024). Penjadwalan Kereta Api Daop 8 Surabaya Menggunakan Aljabar Max Plus. *SAINTIFIK*, 10(1), 67–74. https://doi.org/10.31605/SAINTIFIK.V10I1.482. Diakses pada 31 Desember 2024.

[7] Mengenalkan Konsep Sistem Persamaan Linier kepada Siswa Sekolah Dasar (Sebuah Kajian Secara Teoritis). (2022). Diakses dari https://journal.unnes.ac.id/sju/prisma/article/view/54539/21063 pada 31 Desember 2024.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 2 Januari 2025

Natalia Desiany Nursimin
13523157